

M O N I T O R 2001

– pilotné testovanie maturantov



Matematika

Test M-1, 1. časť

forma A

Odborný garant projektu: **Štátny pedagogický ústav, Bratislava**

Realizácia projektu: **EXAM[®], Bratislava**

© (2001) **Štátny pedagogický ústav a EXAM[®]**

01 Firma VIZIT, s.r.o. stanovuje cenu za výrobu sady vizitiek podľa vzťahu $C = 60 + 4p$, kde C je cena v korunách, 60 (Sk) je základný poplatok a p je počet objednaných kusov vizitiek. Od budúceho mesiaca plánuje firma zvýšiť základný poplatok o pätinu a cenu za každý zhotovený kus o pätinu znížiť. Podľa akého vzťahu bude firma po úprave stanovovať cenu?

(A) $C = 48 + 4,8p$

(B) $C = 65 + 3,5p$

(C) $C = 72 + 0,8p$

(D) $C = 72 + 3,5p$

(E) $C = 72 + 3,2p$

02 $\sqrt{2^{1000} + 2^{1000} + 2^{1001}} =$

(A) 2^{501}

(B) 2^{1000}

(C) 2^{1001}

(D) 2^{1002}

(E) $2^{\frac{3001}{2}}$

03 Na zahraničný zájazd cestuje v autobuse 46 cestujúcich, z toho 26 mužov a 20 žien. Colníci chcú podrobiť dôkladnej osobnej prehliadke 5 náhodne vybraných mužov a 5 náhodne vybraných žien z autobusu. Koľkými spôsobmi môžu vybrať týchto 10 cestujúcich?

(A) $\frac{26!}{5!} + \frac{20!}{5!}$

(B) $\frac{26!}{5!} \cdot \frac{20!}{5!}$

(C) $\binom{46}{10}$

(D) $\binom{26}{5} \cdot \binom{20}{5}$

(E) $\binom{26}{5} + \binom{20}{5}$

04 Koľko existuje trojciferných prirodzených čísel, vytvorených len z párnych číslic, v ktorých je prostredná číslica väčšia ako obidve krajné?

(A) 240

(B) 100

(C) 38

(D) 30

(E) 20

05 Istá agentúra uskutočnila prieskum o počte detí na vzorke 1000 rodín. Graf znázorňuje zistené relatívne početnosti rodín s jednotlivými počtami detí. Aký bol priemerný počet detí v tejto vzorke 1000 rodín?

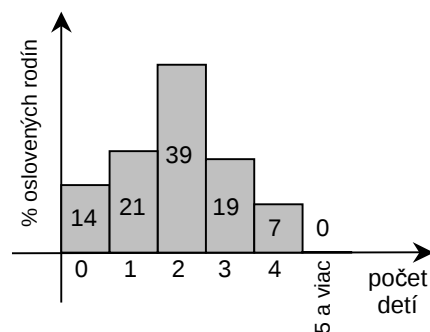
(A) 1

(B) 1,84

(C) 1,94

(D) 2

(E) 2,25



06 V triede s 30 žiakmi bude prebiehať maturita 5 dní. Každý deň budú maturovať traja žiaci do obeda a traja poobede. Poradie žiakov sa určí náhodne. Petrovi astrológ vypočítal, že najlepší výsledok dosiahne, ak bude maturovať v stredu poobede. Aká je pravdepodobnosť, že Peter bude maturovať práve vtedy?

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{5}$

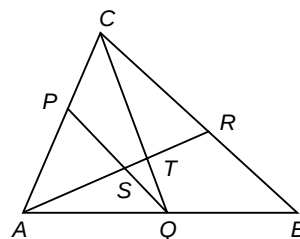
(C) $\frac{4}{9}$

(D) $\frac{1}{10}$

(E) $\frac{1}{30}$

- 07** Na obrázku je všeobecný trojuholník ABC . Body P , Q , R sú stredy jeho strán. Potom pre dĺžky úsečiek AS , ST a TR platí $|AS| : |ST| : |TR| =$

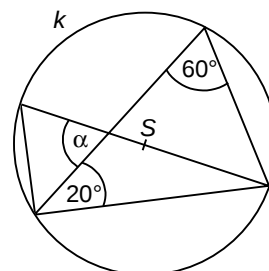
(A) $3 : 1 : 2$ (B) $4 : 1 : 2$ (C) $4 : 1 : 3$
 (D) $5 : 1 : 3$ (E) $5 : 2 : 3$



Obrázok je len ilustračný.
Dĺžky v ňom nezodpovedajú
zadaným podmienkam.

- 08** Do kružnice k so stredom S sú vpísané dva trojuholníky (pozri obr.). Aká je veľkosť uhla α ?

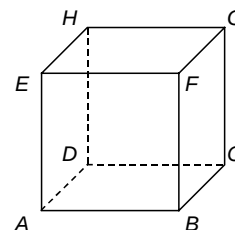
(A) 30° (B) 40° (C) 45°
 (D) 50° (E) 60°



Obrázok je len ilustračný.
Veľkosti uhlov v ňom nezodpovedajú
zadaným podmienkam.

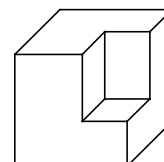
- 09** Aký mnohosten vznikne odrezaním štvorstenov $EBGF$ a $ACHD$ z kocky $ABCDEFGH$?

(A) štvorsten (B) šesťsten (C) osemsten
 (D) desaťsten (E) dvanásťsten



- 10** Na obrázku je moderná socha, ktorá vznikla vyrezaním kvádra z kusu kameňa, ktorý mal tvar kocky. Objem kamennej kocky bol 512 dm^3 . Aký povrch má socha?

(A) 320 dm^2 (B) 336 dm^2 (C) 384 dm^2
 (D) 468 dm^2 (E) Bez ďalších údajov nemožno povrch sochy určiť.

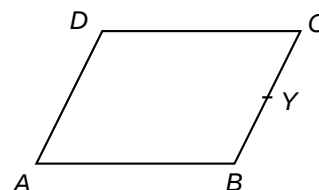


- 11** Duté sklenené ťažidlo na spisy má tvar pravidelného ihlana so štvorcovou podstavou. Podstava ťažidla má rozmery $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$, výška ťažidla je 6 cm . Hrúbku skla zanedbávame. Keď ťažidlo stojí na svojej štvorcovej podstave, je presne do polovice svojej výšky naplnené farebnou tekutinou. Koľko cm^3 tekutiny obsahuje?

(A) 189 cm^3 (B) 63 cm^3 (C) 60 cm^3 (D) 54 cm^3 (E) 36 cm^3

- 12** Označme Y stred strany BC rovnobežníka $ABCD$. Potom vektor $\overrightarrow{CA}$ možno vyjadriť v tvare

(A) $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CY} + \overrightarrow{AB}$ (B) $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{YC}$
 (C) $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{YC}$ (D) $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{YC} - \overrightarrow{AB}$
 (E) $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CY} - \overrightarrow{AB}$



13 Na obrázku sú dve rovnobežné priamky p , q . Ktorou z uvedených rovníc je daná priamka p ?

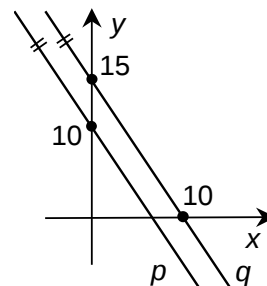
(A) $y = \frac{2}{3}x + 15$

(B) $y = -\frac{2}{3}x + 10$

(C) $y = \frac{3}{2}x + 10$

(D) $y = -\frac{3}{2}x + 10$

(E) $y = -\frac{3}{2}x + 15$



14 V rovine je daný bod $M [4; 8]$ a kružnica $k: (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$. Aká najmenšia môže byť vzdialenosť medzi bodom M a bodom kružnice k ?

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 7

(E) 10

15 Majiteľ potravín zistil, že jeho zisk Z (v korunách) z predaja žuvačiek sa dá vyjadriť vzťahom

$$Z = 1000 \cdot (40 + 10c - c^2), \text{ kde } c \text{ je predajná cena jednej žuvačky.}$$

Aký najväčší zisk z predaja žuvačiek môže obchodník dosiahnuť?

(A) 40 000 korún

(B) 50 000 korún

(C) 65 000 korún

(D) 80 000 korún

(E) 115 000 korún

16 Ku ktorej z uvedených funkcií neexistuje inverzná funkcia?

(A) $f_1: y = 2x - 1; x \in \mathbb{R}$

(B) $f_2: y = \frac{x+1}{x}; x \in \mathbb{R} - \{0\}$

(C) $f_3: y = 3x^3 + 1; x \in \mathbb{R}$

(D) $f_4: y = \log_2(x + 4); x \in (0; \infty)$

(E) $f_5: y = 2x^2 - 2; x \in \mathbb{R}$

17 Nech P je množina všetkých reálnych čísel x , pre ktoré nadobúda funkcia $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3}$ kladné hodnoty. Potom

(A) $P = \mathbb{R} - \{-1; 3\}$.

(B) $P = \langle 3; \infty \rangle$.

(C) $P = (3; \infty)$.

(D) $P = (-\infty; -1) \cup (3; \infty)$.

(E) $P = (-1; 3)$.

18 Rovnica $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$ má v intervale $(3\pi; 4\pi)$ jediné riešenie. Ktorá z uvedených množín obsahuje toto riešenie?

(A) $\left\{ \frac{8}{3}\pi; \frac{17}{6}\pi; \frac{10}{3}\pi \right\}$

(B) $\left\{ \frac{15}{6}\pi; \frac{7}{4}\pi; \frac{11}{3}\pi \right\}$

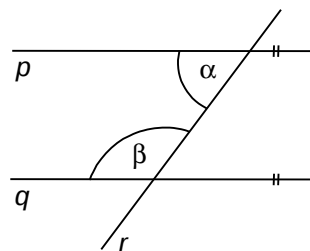
(C) $\left\{ \frac{7}{3}\pi; \frac{23}{6}\pi; \frac{13}{3}\pi \right\}$

(D) $\left\{ \frac{11}{6}\pi; \frac{7}{2}\pi; \frac{7}{3}\pi \right\}$

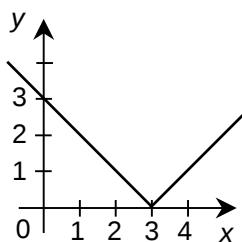
(E) $\left\{ \frac{5}{6}\pi; \frac{15}{4}\pi; \frac{14}{3}\pi \right\}$

- 19** Na obrázku sú dve rovnobežné priamky p , q a priamka r , ktorá je s nimi rôznobežná, ale nie je na ne kolmá. Pre uhly α , β na obrázku platí

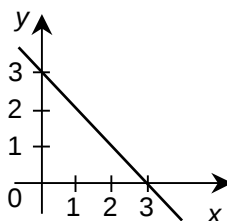
- (A) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$ a súčasne $\sin \alpha = -\sin \beta$.
 (B) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$ a súčasne $\cos \alpha = -\cos \beta$.
 (C) $\cos \alpha = \cos \beta$ a súčasne $\sin \alpha = -\sin \beta$.
 (D) $\sin \alpha = \sin \beta$ a súčasne $\cos \alpha = \cos \beta$.
 (E) $\sin \alpha = \sin \beta$ a súčasne $\cos \alpha = -\cos \beta$.



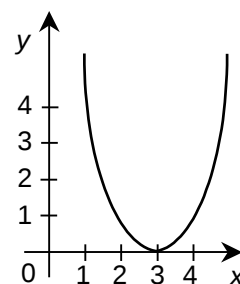
- 20** Na ktorom z obrázkov je časť grafu funkcie $y = \sqrt{(3-x)^2}$?



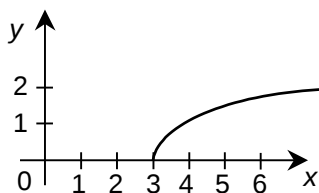
(A)



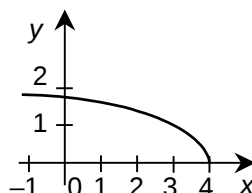
(B)



(C)



(D)



(E)

- 21** Pre obsah S vyšrafovaného obrazca ohraničeného parabolami $y = x^2$ a $y = -x^2 + 4x$ platí

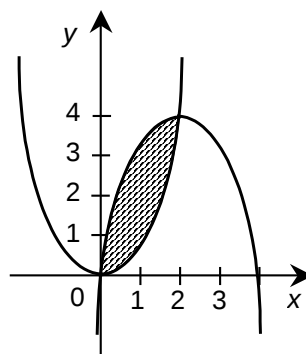
(A) $S = \int_0^4 4x \, dx$.

(B) $S = \int_0^2 4x \, dx$.

(C) $S = \int_0^4 (4x - 2x^2) \, dx$.

(D) $S = \int_0^2 (4x - 2x^2) \, dx$.

(E) $S = \int_0^2 (2x^2 - 4x) \, dx$.



- 22** Nech M je množina všetkých reálnych čísel x , pre ktoré platí $\log(x+3) = \log x + \log 3$. Potom

(A) $M = (-3; \infty)$.

(B) M je jednoprvková množina.

(C) $M = (0; \infty)$.

(D) M je prázdna množina.

(E) $M = (3; \infty)$.

23 V ktorom z uvedených bodov má graf funkcie $f : y = 3x^2 + 2x + 1$ dotyčnicu rovnobežnú s priamkou $y = 2 - 4x$?

- (A) $[-1; 2]$ (B) $[1; 6]$ (C) $[2; 10]$ (D) $[-2; 9]$ (E) $[0; -1]$

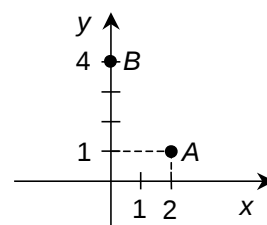
24 V rohu štadióna tvoria počty sedadiel v jednotlivých radoch aritmetickú postupnosť. Vo 4. rade je 10 sedadiel, v 12. rade je 26 sedadiel. Koľko sedadiel je v 24. rade?

- (A) 36 (B) 40 (C) 50 (D) 52 (E) 58

V nasledujúcich úlohách Vám neponúkame žiadne možnosti. Každú úlohu samostatne vyriešte a výsledok zapíšte do vyznačeného miesta v odpoved'ovom hárku. Do testu nič nepíšte! Uvedte vždy iba výsledok – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

25 V istej geometrickej postupnosti je 20. člen 100-krát väčší ako 10. člen. Koľkokrát je v tejto postupnosti 10. člen väčší ako 5. člen?

26 Na obrázku sú dva body A, B , ktoré patria grafu funkcie $f : y = a \cdot b^x$ pre isté hodnoty parametrov $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$. Čomu sa rovná $f(-2)$?



27 Modernizáciou trate sa zrýchlila železničná doprava medzi mestami A a B . Dnes potrebuje vlaková súprava na prekonanie vzdialenosti medzi týmito mestami iba 80 % času, ktorý potrebovala pred modernizáciou. O koľko percent sa zvýšila priemerná cestovná rýchlosť súpravy?

28 Z dvoch príkladov v písomke vyriešilo len jeden príklad 16 žiakov, obidva príklady 7 žiakov a ani jeden z príkladov 12 žiakov. Prvý príklad pritom vyriešilo dvakrát viac žiakov ako druhý. Koľko žiakov vyriešilo druhý príklad?

29 Lietadlo, ktoré malo pôvodne letieť priamočiaro z Bratislavy do 800 km vzdialeného Paríža, sa pri štarte muselo kvôli zlému počasiu odchyliť od priameho kurzu o 60° . Až po 300 km mohol pilot lietadlo nasmerovať priamo na Paríž. O koľko kilometrov sa takto predĺžila dráha letu?

30 Aký obsah má štvorec $ABCD$, ktorého vrcholy A a C majú súradnice $A[-4; 7]$ a $C[-2; 3]$?

Koniec testu.

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}; \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}; \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}; \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}; \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2} \quad \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\left| \sin \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \left| \cos \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x, \quad x \neq k\pi$$

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x, \quad x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y;$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y;$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x;$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d; \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}; \quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!;$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!};$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}; \quad V(k, n) = n^k;$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a, b] \neq [0, 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = ax + b;$

Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\vec{u} + s\vec{v}, \quad t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a, b, c] \neq [0, 0, 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužel	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi r(r+v)$	$S_p + Q$	$\pi r(r+s)$	$4\pi r^2$

M O N I T O R 2001

– pilotné testovanie maturantov



Matematika – test M-1, 2. časť

forma A

Kód školy:	☐ A	☐ B	☐ C	☐ F	☐ H	☐ I	☐ K	☐ L	☐ M	☐ O	☐ P	☐ S	Kód triedy:	☐ A	☐ B	☐ C	☐ F	☐ H	☐ I	
Číslo žiaka	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50										
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐										

Vyučovací jazyk:	slov. ☐	maď. ☐	iný ☐	Pohlavie:	Ch ☐	D ☐	Známka:	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐
------------------	--------------------------------	-------------------------------	------------------------------	-----------	-----------------------------	----------------------------	---------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

Úloha	1	2	3a	3b	Čitateľný podpis
Hodnotenie:					Hodnotil:
Kontrola:					Kontroloval:

Odborný garant projektu: Štátny pedagogický ústav, Bratislava

Realizácia projektu: EXAM[®], Bratislava

© (2001) Štátny pedagogický ústav a EXAM[®]

1 Andrej vyslovil takéto matematické tvrdenie:

Ak m je ľubovoľné nepárne prirodzené číslo deliteľné tromi a n je ľubovoľné nepárne prirodzené číslo deliteľné deviatimi, tak číslo $m + n$ je určite deliteľné šiestimi.

Braňo vyslovil takéto matematické tvrdenie:

Ak m je ľubovoľné nepárne prirodzené číslo deliteľné tromi a n je ľubovoľné nepárne prirodzené číslo deliteľné deviatimi, tak číslo $m + n$ je určite deliteľné deviatimi.

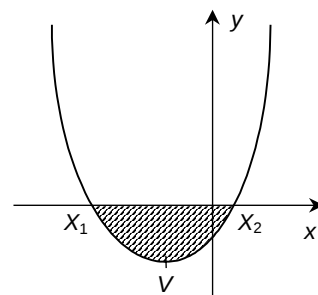
a) Čo najpresnejšie zdôvodnite, prečo je Andrejovo tvrdenie pravdivé.

b) Čo najpresnejšie zdôvodnite, prečo je Braňovo tvrdenie nepravdivé.

Sem napíšte celé riešenie aj s postupom:

- 2** Na obrázku je časť paraboly, ktorá je grafom istej kvadratickej funkcie. Táto parabola má vrchol v bode V a pretína os x v dvoch bodoch X_1 , X_2 . Už Archimedes dokázal, že v takomto prípade sa obsah trojuholníka X_1VX_2 rovná trom štvrtinám obsahu oblasti ohraničenej osou x a parabolou (na obr. je vyšrafovaná).

Využite toto pozoruhodné Archimedovo zistenie a určte s jeho pomocou obsah oblasti ohraničenej osou x a grafom funkcie f danej predpisom $f: y = x^2 + 18x + 72$.



Sem napíšte celé riešenie aj s postupom:

Z dvojice úloh 3a, 3b riešte iba jednu podľa vlastného výberu!

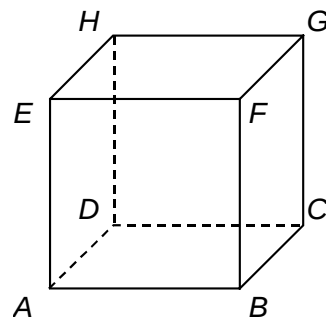
3a V rovine sú dané dva body A, B , pričom $|AB| = 8$ cm. Označme M množinu všetkých takých bodov C v rovine, pre ktoré má trojuholník ABC obsah 12 cm^2 a niektorý z jeho vnútorných uhlov má veľkosť 60° .

- a) Načrtnite obrázok, v ktorom zreteľne vyznačíte všetky body roviny patriace do množiny M . Určte ich počet.
- b) Napíšte postup konštrukcie bodov množiny M .

Ak ste si vybrali túto úlohu, sem napíšte celé jej riešenie aj s postupom:

Z dvojice úloh 3a, 3b riešte iba jednu podľa vlastného výberu!

- 3b** Kocka $ABCDEFGH$ má hranu dĺžky 3 cm. Bod K je taký bod polpriamky $\overrightarrow{AE}$, že $|AK| = 4$ cm. Bod L je taký bod polpriamky $\overrightarrow{DC}$, že $|DL| = 4$ cm. Priamka KL pretína povrch kocky v bodoch X , Y . Určte dĺžku úsečky XY .



Ak ste si vybrali túto úlohu, sem napíšte celé jej riešenie aj s postupom:

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}; \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}; \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}; \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}; \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2} \quad \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\left| \sin \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \left| \cos \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x, \quad x \neq k\pi$$

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x, \quad x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y; \quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y;$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x;$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d; \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}; \quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!;$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!};$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}; \quad V'(k, n) = n^k;$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a, b] \neq [0, 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = ax + b;$

Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\vec{u} + s\vec{v}, \quad t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a, b, c] \neq [0, 0, 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi r(r+v)$	$S_p + Q$	$\pi r(r+s)$	$4\pi r^2$



M O N I T O R 2001

pilotné testovanie maturantov na gymnáziách a vybraných SOŠ

V rámci projektu MONITOR 2001 píšete v tejto chvíli rovnaký test tisíce maturantov na stovkách stredných škôl. Máte jedinečnú možnosť objektívne porovnať vlastné vedomosti s rovesníkmi na celom Slovensku. Pracujte sústredene a snažte sa podať čo najlepší výkon. Svojím dobrým výsledkom môžete prispieť k pozitívnemu hodnoteniu Vašej školy v celoslovenskom meradle.

Informácie a pokyny pre žiakov

- Test obsahuje štyri úlohy, z ktorých však budete riešiť **iba tri**. **Úlohy 1 a 2 sú povinné pre všetkých žiakov. Spomedzi úloh 3a, 3b si každý žiak vyberie jednu úlohu, ktorú bude riešiť.** Úlohy 3a, 3b sú z hľadiska hodnotenia rovnocenné. Odporúčame Vám, aby ste sa podľa zadania rozhodli pre jednu z oboch úloh a venovali sa iba jej. Aj v prípade, že sa pokúsíte riešiť obe úlohy, do výsledkov sa Vám započíta iba jedna z nich (pozri ďalší bod).
- Aby hodnotitelia vedeli, ktorú z úloh 3a, 3b Vám majú započítať do hodnotenia, **zakrúžkujte označenie vybranej úlohy na titulnej strane testu v rubrike „Úloha“.** V prípade, že zakrúžkujete obe úlohy alebo ani jednu, započítajú sa Vám automaticky body za úlohu 3a, čo môže byť pre Vás nevýhodné. **Vo vlastnom záujme preto vyznačte jednu úlohu.**
- Na vypracovanie testu (t. j. troch vybraných úloh) budete mať **60 minút čistého času.**
- Pri práci smiete používať písacie a rysovacie potreby a kalkulačku. Môžete tiež používať prehľad vzorcov, ktorý nájdete na predposlednej strane testu. **Nesmiete používať tabuľky, učebnice ani zošity.**
- Riešenia úloh píšete tak, aby hodnotitelia mohli sledovať jednotlivé kroky riešenia. Pripojte aj komentár, vysvetlenie a zdôvodnenie jednotlivých krokov. Uveďte aj všetky výpočty, ktoré tvoria súčasť riešenia.
- Ak sa Vám riešenie nezmestí do vyhradeného miesta pod zadáním úlohy, pokračujte na vedľajšej strane. Nepoužívajte žiadny pomocný papier, **všetky úvahy a výpočty robte priamo do testu.** Strana 9 na konci testu je vyhradená na prípadné pomocné výpočty. Na jej obsah sa pri hodnotení nebude prihliadať.
- **Píšte čiernym alebo modrým perom.** Nesmiete písať červeným perom ani obyčajnou ceruzkou (okrem rysovania).

Nezačínajte pracovať, kým nedostanete pokyn!

M O N I T O R 2001

– pilotné testovanie maturantov



Matematika

test M-2

forma A

Odborný garant projektu: **Štátny pedagogický ústav, Bratislava**

Realizácia projektu: **EXAM[®], Bratislava**

© (2001) **Štátny pedagogický ústav a EXAM[®]**

01 Výraz $\frac{\frac{1}{x} - x}{1 - \frac{1}{x}}$ možno pre všetky čísla $x \in \mathbb{R} - \{0; 1\}$ upraviť na tvar

- (A) $-x - 1$ (B) $x + 1$ (C) $x - 1$ (D) $-x + 1$ (E) -1

02 Firma VIZIT, s.r.o. stanovuje cenu za výrobu sady vizitiek podľa vzťahu $C = 60 + 4p$, kde C je cena v korunách, 60 (Sk) je základný poplatok a p je počet objednaných kusov vizitiek. Od budúceho mesiaca plánuje firma zvýšiť základný poplatok o pätinu a cenu za každý zhotovený kus o pätinu znížiť. Podľa akého vzťahu bude firma po úprave stanovovať cenu?

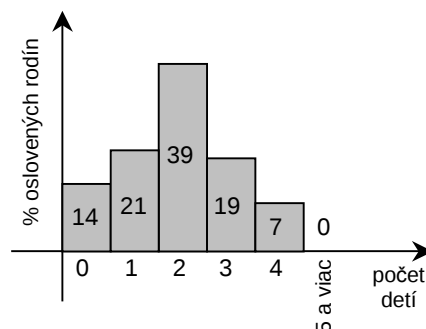
- (A) $C = 48 + 4,8p$ (B) $C = 65 + 3,5p$ (C) $C = 72 + 0,8p$
 (D) $C = 72 + 3,5p$ (E) $C = 72 + 3,2p$

03 Ak 1 mol látky obsahuje približne $6,023 \cdot 10^{23}$ častíc, potom 100 molov látky obsahuje približne

- (A) $6,023 \cdot 10^{25}$ častíc. (B) $6,023 \cdot 100^{23}$ častíc. (C) $6,023 \cdot 10^{123}$ častíc.
 (D) $6,023 \cdot 1000^{23}$ častíc. (E) $6,023 \cdot 10^{2300}$ častíc.

04 Istá agentúra uskutočnila prieskum o počte detí na vzorke 1000 rodín. Graf znázorňuje zistené relatívne početnosti rodín s jednotlivými počtami detí. Aký bol priemerný počet detí v tejto vzorke 1000 rodín?

- (A) 1 (B) 1,84 (C) 1,94
 (D) 2 (E) 2,25



05 Naš kopírovací stroj zväčšuje najviac $\sqrt{2}$ -krát. Ak chceme napríklad zväčšiť obrázok s rozmermi 15 cm x 15 cm na veľkosť 30 cm x 30 cm, musíme to urobiť na dvakrát: v prvom kroku získame obrázok s rozmermi $15 \cdot \sqrt{2}$ cm x $15 \cdot \sqrt{2}$ cm a ten sa v druhom kroku zväčší na požadovanú veľkosť 30 cm x 30 cm. Najmenej koľkokrát musíme použiť kopírovací stroj, ak chceme obrázok s rozmermi 5 cm x 5 cm zväčšiť na 40 cm x 40 cm?

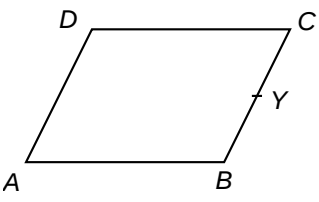
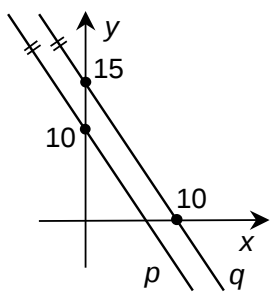
- (A) 4-krát (B) 5-krát (C) 6-krát (D) 7-krát (E) 8-krát

06 V športovej hale tvaru polgule s priemerom 200 m bol na stropě vo výške 60 m nad podlahou umiestnený reflektor. Reflektor bol zle upevnený a spadol. Ako ďaleko od stredu haly dopadol?

- (A) 40 m (B) 60 m (C) 65 m (D) 80 m (E) 85 m

07 Lietadlo, ktoré malo pôvodne letieť priamočiaro z Bratislavy do Paríža vzdialeného 800 km, sa pri štarte muselo kvôli zlému počasiu odchyliť od priameho kurzu o 60° . Až po 300 km mohol pilot lietadlo nasmerovať priamo na Paríž. O koľko kilometrov sa takto predĺžila dráha letu?

- (A) O 61 km. (B) O 173 km. (C) O 200 km. (D) O 242 km. (E) O 570 km.

- 08** Do uhla veľkosti 60° chceme vpísať kružnicu s polomerom 5 cm. Ako ďaleko od vrcholu uhla musí byť stred kružnice?
- (A) $10\sqrt{3}$ cm (B) 10 cm (C) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm (D) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm (E) 5 cm
- 09** Nech o je počet osí súmernosti osemuholníka a nech s je počet stredov súmernosti toho istého osemuholníka. Akú najväčšiu hodnotu môže nadobudnúť súčet $o + s$?
- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11
- 10** Nápoj *Kolaloka* plnia v závode do plechoviek v tvare valca s priemerom podstavy 8 cm a výškou 9 cm. Z prieskumu trhu vyplynulo, že lepšie by sa predávali plechovky s polovičným objemom a priemerom podstavy 6 cm. Akú výšku majú mať nové plechovky?
- (A) 6,75 cm (B) 7 cm (C) 8 cm (D) 10,25 cm (E) 12 cm
- 11** Označme Y stred strany BC rovnobežníka $ABCD$. Potom vektor $\vec{CA}$ možno vyjadriť v tvare
- (A) $\vec{CA} = 2\vec{CY} + \vec{AB}$ (B) $\vec{CA} = \vec{AB} + 2\vec{YC}$
 (C) $\vec{CA} = \vec{AB} - 2\vec{YC}$ (D) $\vec{CA} = 2\vec{YC} - \vec{AB}$
 (E) $\vec{CA} = 2\vec{CY} - \vec{AB}$
- 
- 12** Ktorý z uvedených bodov leží na priamke $p: x - 2y + 6 = 0$ a súčasne je rovnako vzdialený od oboch súradnicových osí?
- (A) $A[3; 3]$ (B) $B[-2; 2]$ (C) $C[2; 4]$ (D) $D[-8; -8]$ (E) $E[4; 5]$
- 13** Na obrázku sú dve rovnobežné priamky p, q . Ktorou z uvedených rovníc je daná priamka p ?
- (A) $y = -\frac{2}{3}x + 10$ (B) $y = \frac{2}{3}x + 15$
 (C) $y = \frac{3}{2}x + 10$ (D) $y = -\frac{3}{2}x + 15$
 (E) $y = -\frac{3}{2}x + 10$
- 
- 14** Aký obsah má štvorec $ABCD$, ktorého vrcholy A a C majú súradnice $A[-4; 7]$ a $C[-2; 3]$?
- (A) 29 (B) 20 (C) 13 (D) 10 (E) 8
- 15** V tabuľke sú uvedené dve hodnoty lineárnej funkcie f . V ktorom z bodov pretína graf tejto funkcie os y ?
- | | | |
|--------|----|----|
| x | -4 | 12 |
| $f(x)$ | 60 | 40 |
- (A) $[0; 55]$ (B) $[55; 0]$ (C) $[0; 44]$
 (D) $[44; 0]$ (E) $[0; 50]$

16 Nech P je množina všetkých riešení nerovnice $\frac{x^2}{x+3} \geq 0$ v množine reálnych čísel. Potom

- (A) $P = \langle -3; \infty \rangle$. (B) $P = R - \{-3\}$. (C) $P = R$.
 (D) $P = (-3; \infty)$. (E) $P = (-\infty; -3) \cup \langle 0; \infty \rangle$.

17 Rovnica $\frac{49}{14-x} - x = 0$ v množine reálnych čísel

- (A) nemá žiadne korene.
 (B) má jediný koreň, pričom tento koreň je kladný.
 (C) má jediný koreň, pričom tento koreň je záporný.
 (D) má práve dva rôzne korene, pričom obidva sú kladné.
 (E) má práve dva korene, z ktorých jeden je kladný a jeden je záporný.

18 Aké súradnice má vrchol paraboly $y = x^2 + 8x + 19$?

- (A) $[4; -3]$ (B) $[0; 19]$ (C) $[-4; 19]$ (D) $[-8; 19]$ (E) $[-4; 3]$

19 Rovnica $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ má v intervale $(0; \pi)$ jediné riešenie. Ktorá z uvedených množín obsahuje toto riešenie?

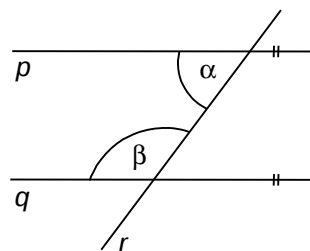
- (A) $\left\{ \frac{7}{3}\pi; \frac{1}{6}\pi; \frac{4}{3}\pi \right\}$ (B) $\left\{ \frac{7}{6}\pi; \frac{3}{4}\pi; \frac{1}{3}\pi \right\}$ (C) $\left\{ \frac{5}{3}\pi; \frac{7}{6}\pi; \frac{1}{2}\pi \right\}$
 (D) $\left\{ \frac{11}{6}\pi; \frac{5}{2}\pi; \frac{4}{3}\pi \right\}$ (E) $\left\{ \frac{5}{6}\pi; \frac{5}{4}\pi; \frac{2}{3}\pi \right\}$

20 Nech H je obor hodnôt funkcie $f: y = -3 \cdot \cos 2x - 1$. Potom

- (A) $H = \langle -3; 2 \rangle$. (B) $H = \langle -2; 3 \rangle$. (C) $H = \langle -4; 2 \rangle$.
 (D) $H = \langle -2; 4 \rangle$. (E) $H = \langle -2; 0 \rangle$.

21 Na obrázku sú dve rovnobežné priamky p, q a priamka r , ktorá je s nimi rôznobežná, ale nie je na ne kolmá. Pre uhly α, β na obrázku platí

- (A) $\sin \alpha = \sin \beta$ a súčasne $\cos \alpha = -\cos \beta$.
 (B) $\sin \alpha = \sin \beta$ a súčasne $\cos \alpha = \cos \beta$.
 (C) $\cos \alpha = \cos \beta$ a súčasne $\sin \alpha = -\sin \beta$.
 (D) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$ a súčasne $\sin \alpha = -\sin \beta$.
 (E) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$ a súčasne $\cos \alpha = -\cos \beta$.



22 Rovnica $9^{2x-3} = \frac{1}{81}$ má v množine reálnych čísel jediný koreň, ktorý leží v intervale

- (A) $(-2; -1)$. (B) $(-1; 0)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(1; 2)$. (E) $(2; 3)$.

23 Ak platí $\log T = \log p + 2 \cdot \log q - \log r$, tak

- (A) $T = p + 2q - r$ (B) $T = \frac{2pq}{r}$ (C) $T = pq^2 - r$
 (D) $T = p + q^2 - r$ (E) $T = \frac{pq^2}{r}$

24 V istej geometrickej postupnosti je 10. člen 9-krát väčší ako 8. člen. Koľkokrát je v tejto postupnosti 8. člen väčší ako 4. člen?

- (A) 18-krát (B) 27-krát (C) 36-krát (D) 54-krát (E) 81-krát

V nasledujúcich úlohách Vám neponúkame žiadne možnosti. Každú úlohu samostatne vyriešte a výsledok zapíšte do vyznačeného miesta v odpoved'ovom hárku. Do testu nič nepíšte! Uvedte vždy iba výsledok – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

25 V rohu štadióna tvoria počty sedadiel v jednotlivých radoch aritmetickú postupnosť. Vo 4. rade je 10 sedadiel, v 12. rade je 26 sedadiel. Koľko sedadiel je v 24. rade?

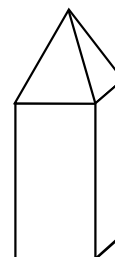
26 Šesť hektolitrov muštu preliali zo suda do 750 fliaš. Niektoré fľaše mali objem 0,7 litra, ostatné mali objem 1 liter. Koľko fliaš bolo litrových?

27 Koľko existuje trojciferných prirodzených čísel, vytvorených len z párnych číslic, v ktorých je prostredná číslica väčšia ako obidve krajné?

28 V Dome športu zlacneli po Vianociach zjazdové lyže o 30 %. Po skončení lyžiarskej sezóny zlacneli tie isté lyže znovu o 30 %. O koľko percent zlacneli lyže celkovo oproti cene pred Vianoc?

29 Nech $ABCDEFV$ je pravidelný šesťboký ihlan s vrcholom V . Koľko hrán (podstavných alebo bočných) tohto ihlana leží na priamkach mimobežných s priamkou AV ?

30 Veža kostolíka so štvorcovým pôdorysom so stranou dlhou 10 m má strechu tvaru pravidelného štvorbokého ihlana s výškou 12 m. Koľko by stálo pokrytie strechy medeným plechom, ak cena za pokrytie 1 m^2 je 5000 korún?



Koniec testu.

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}; \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}; \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}; \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}; \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2} \quad \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\left| \sin \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \left| \cos \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x, \quad x \neq k\pi$$

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x, \quad x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y; \quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y;$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x;$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d; \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}; \quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!; \quad V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}; \quad C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}; \quad V(k, n) = n^k; \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a, b] \neq [0, 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = ax + b;$

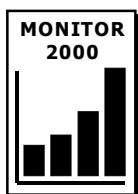
Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\vec{u} + s\vec{v}, \quad t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a, b, c] \neq [0, 0, 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužel	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi r(r+v)$	$S_p + Q$	$\pi r(r+s)$	$4\pi r^2$



Klíče správných odpovědí k testům z matematiky (1. část M-1 a M-2)

TEST M-1 (1. část)				TEST M-2			
Forma A		Forma B		Forma A		Forma B	
Úloha	Správná odpověď	Úloha	Správná odpověď	Úloha	Správná odpověď	Úloha	Správná odpověď
01	E	01	C	01	A	01	D
02	A	02	B	02	E	02	A
03	D	03	E	03	A	03	B
04	E	04	A	04	B	04	C
05	B	05	D	05	C	05	E
06	D	06	B	06	D	06	B
07	A	07	C	07	C	07	E
08	D	08	E	08	B	08	C
09	C	09	B	09	D	09	A
10	C	10	D	10	C	10	B
11	B	11	B	11	E	11	A
12	E	12	A	12	B	12	D
13	D	13	A	13	E	13	C
14	B	14	C	14	D	14	B
15	C	15	D	15	A	15	D
16	E	16	A	16	D	16	A
17	C	17	E	17	B	17	E
18	B	18	D	18	E	18	A
19	E	19	A	19	B	19	D
20	A	20	B	20	C	20	A
21	D	21	C	21	A	21	C
22	B	22	E	22	C	22	D
23	A	23	B	23	E	23	B
24	C	24	C	24	E	24	D
25	10-krát	25	63 cm ³	25	50	25	8 cm
26	16	26	50°	26	250	26	9
27	o 25 %	27	2	27	20	27	10
28	10	28	65 000	28	o 51 %	28	6-krát
29	o 200 km	29	50	29	4	29	1,84
30	10	30	1,84	30	1 300 000	30	[-4; 3]